1 Regla de sumas: Probar por inducción sobre el número de conjuntos que se unen.
Regla de producto: Probar por inducción sobre el número de conjuntos en el producto cartesiano.
Regla de la diferencia: Usar definiciones de diferencia de conjuntos y de cardinalidad.

2 Nótese que: $A \cup B = A \cup (B \setminus (A \cap B))$, ya que:

$$
\begin{aligned}
& A \cup (B \setminus (A \cap B)) \\
= & \ \langle \text{ Def } \setminus \rangle \\
& A \cup (B \cap (A \cap B)^c) \\
= & \ \langle \text{ De Morgan } \rangle \\
& A \cup (B \cap (A^c \cup B^c)) \\
= & \ \langle \text{ Absorción } \neg \rangle \\
& A \cup (B \cap A^c) \\
= & \ \langle \text{ Absorción } \neg \rangle \\
& A \cup B
\end{aligned}
$$

De manera similar, se comprueba que: $A \cap (B \setminus (A \cap B)) = \varnothing$. Ahora:

$$
\begin{aligned}
& \#(A \cup B) \\
= & \\
& \#(A \cup (B \setminus (A \cap B))) \\
= & \ \langle \text{ Regla de sumas } \rangle \\
& \#A + \#(B \setminus (A \cap B)) \\
= & \ \langle \text{ Regla de diferencia: } A \cap B \subseteq B \rangle \\
& \#A + \#B - \#(A \cap B)
\end{aligned}
$$

3 Uso repetido del resultado anterior:

$$
\begin{aligned}
& \#(A \cup B \cup C) \\
= & \\
& \#(A \cup B) + \#C - \#((A \cup B) \cap C) \\
= & \\
& \#A + \#B - \#(A \cap B) + \#C - \#((A \cup B) \cap C) \\
= & \\
& \#A + \#B - \#(A \cap B) + \#C - \#((A \cap C) \cup (B \cap C)) \\
= & \\
& \#A + \#B - \#(A \cap B) + \#C - (\#(A \cap C) + \#(B \cap C) - \#(A \cap B \cap C)) \\
= & \\
& \#A + \#B + \#C - \#(A \cap B) - \#(A \cap C) - \#(B \cap C) + \#(A \cap B \cap C))
\end{aligned}
$$

4 El *Principio de Inclusión – Exclusión* se enuncia así:

$$\#(\cup i |\ 1 \leq i \leq n : A_i) = (+k, I |\ 1 \leq k \leq n \wedge \#I = k : (-1)^{k+1} \#(\cap i |\ i \in I : A_i))$$

La fórmula anterior parece difícil de leer, pero es correcta. Para calcular el número de elementos de una unión finita de conjuntos finitos se debe sumar la cardinalidad de los conjuntos, restar las cardinalidades de las intersecciones de todas las posibles parejas, sumar las de todas la posibles intersecciones de tripletas, etc. Se puede probar, por ejemplo, por inducción.