

APÉNDICE D: TEOREMAS DE LÓGICA DE PREDICADOS

AXIOMAS

Trueque \forall	$(\forall x \mid R : P) \equiv (\forall x \mid : R \Rightarrow P)$
Distributividad \vee/\forall	Si P no depende de x : $P \vee (\forall x \mid R : Q) \equiv (\forall x \mid R : P \vee Q)$
De Morgan generalizado	$(\exists x \mid Q : R) \equiv \neg(\forall x \mid Q : \neg R)$

TEOREMAS

1.1	Distributividad \vee/\forall	Si P no depende de x : $P \vee (\forall x \mid : \neg R) \equiv (\forall x \mid R : P)$
1.2	Distributividad \wedge/\forall	Si P no depende de x : $\neg(\forall x \mid : \neg R) \Rightarrow ((\forall x \mid R : P \wedge Q) \equiv P \wedge (\forall x \mid R : Q))$
2.1	\forall -true	$(\forall x \mid R : \text{true}) \equiv \text{true}$
3.1	Distributividad \equiv/\forall	$(\forall x \mid R : P \equiv Q) \Rightarrow (\forall x \mid R : P) \equiv (\forall x \mid R : Q)$
4.1	Debilitamiento de rango	$(\forall x \mid Q \vee R : P) \Rightarrow (\forall x \mid Q : P)$
4.2	Debilitamiento de cuerpo	$(\forall x \mid R : P \wedge Q) \Rightarrow (\forall x \mid R : P)$
5.1	Monotonía de \forall	$(\forall x \mid R : Q \Rightarrow P) \Rightarrow ((\forall x \mid R : Q) \Rightarrow (\forall x \mid R : P))$
6.1	Instanciación	$(\forall x \mid : P) \Rightarrow P[x:= E]$
7.1	Metateorema de \forall	$\vdash P$ si y solo si $\vdash (\forall x \mid : P)$
8.1	Trueque \exists	$(\exists x \mid R : P) \equiv (\exists x \mid : R \wedge P)$
9.1	Distributividad \wedge/\exists	Si P no depende de x : $P \wedge (\exists x \mid R : Q) \equiv (\exists x \mid R : P \wedge Q)$
9.2	Distributividad \wedge/\exists	Si P no depende de x : $P \wedge (\exists x \mid : R) \equiv (\exists x \mid R : P)$
10.1	Distributividad \vee/\exists	Si P no depende de x : $(\exists x \mid : R) \Rightarrow (P \vee (\exists x \mid R : Q)) \equiv (\exists x \mid R : P \vee Q)$
11.1	\exists -false	$(\exists x \mid R : \text{false}) \equiv \text{false}$
12.1	Debilitamiento de rango	$(\exists x \mid Q \vee R : P) \Leftarrow (\exists x \mid Q : P)$
12.2	Debilitamiento de cuerpo	$(\exists x \mid R : P \vee Q) \Leftarrow (\exists x \mid R : P)$
13.1	Monotonía- \exists	$(\forall x \mid R : Q \Rightarrow P) \Rightarrow ((\exists x \mid R : Q) \Rightarrow (\exists x \mid R : P))$
14.1	\exists -introducción	$(\exists x \mid : P) \Leftarrow P[x:= E]$
15.1	Metateorema del testigo	Si P, Q, R no dependen de a : $\vdash (\exists x \mid R : P)$ si y solo si $\vdash (R \wedge P)[x:= a]$